PHƯƠNG PHÁP TỐI ƯU CẮT VẬT LIỆU DẠNG THANH BẰNG ỨNG DỤNG PHẦN MỀM MATHEMATICA

USING OPTIMAL METHOD FOR CUTTING ROD MATERIALS

Trần Ngọc Hải[1]

Tóm tắt – *Bài báo trình bày phương pháp tối ưu cắt vật liệu dạng thanh. Theo phương pháp này, trước hết phải thiết lập hàm số quan hệ giữa số lượng các sản phẩm cắt được từ vật liệu cho trước cùng với các điều kiện ràng buộc, sau đó sử dụng khả năng tính toán rất mạnh của phần mềm Mathematica giải tối ưu bài toán. Phương pháp có phạm vi ứng dụng rộng, thuận lợi trong sử dụng.*

Từ khóa: tối ưu hóa cắt vật liệu, phần mềm Matematica, ứng dụng.

Abstract – *The article presents an optimal method to cut rod materials. By this method, the relative functions between the number of products cut from the given materials and conditions are first established. Then, the powerful computing capabilities of Mathematica software are applied to solve the problems. This method has a wide range of application and is convenient in use.*

Keywords: optimization of cutting mate rials, Mathematica software, application.

I. ĐẶT VẤN ĐỀ

Vật liệu dạng thanh được sử dụng rộng rãi trong xây dựng dân dụng, công nghiệp và đời sống (Hình 1 và 2).

Hình 1: Sản phẩm dân dụng

Hình 2: Sản phẩm xây dựng dân dụng

Tối ưu hóa cắt vật liệu dạng thanh luôn là một công việc khó khăn đối với nhà sản xuất, các kỹ sư xây dựng và công nghệ. Để cắt một hoặc một số loại sản phẩm dạng thanh từ vật liệu đã có, người ta xây dựng một số phương án cắt trên cơ sở tiết kiệm tối đa vật tư, từ đó lựa chọn phương án hợp lý nhất để đưa vào sử dụng… Vấn đề đặt ra là phương án cắt vừa xây dựng đã tối ưu chưa, có thể có một phương án cắt vật liệu thanh khác tối ưu hơn không.

Phần tiếp sau đây trình bày cách tiếp cận để thực hiện và khẳng định sự tối ưu của phương pháp cắt, đó là thiết lập hàm số chỉ quan hệ giữa số lượng các sản phẩm cắt được với vật liệu cho trước sau đó dùng Mathematica giải tối ưu bài toán.

[1]Khoa Cơ khí, Trường Đại học Kinh tế Kỹ thuật Công nghiệp.

Ngày nhận bài: 01/8/15, Ngày nhận kết quả bình duyệt: 06/6/17, Ngày chấp nhận đăng: 12/03/17

II. GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ

A. Cơ sở toán học của phương pháp

Giả sử cần cắt thanh có chiều dài L thành x_i (i=1..n) đoạn, mỗi đoạn có chiều dài l_i (i=1..n) tương ứng. Các phương án cắt khác nhau đều nhằm xác định được số lượng các đoạn x_i sao cho ($l_1x_1+l_2x_2+..+l_nx_n$) lớn nhất nghĩa là L - $\sum_{i=1}^{n} l_i x_i$ nhỏ nhất. Như vậy, mối quan hệ số lượng các thanh được cắt ra từ vật liệu cho trước là quan hệ tuyến tính, khi đó sử dụng bài toán quy hoạch tuyến tính tổng quát như sau: Tìm max, min của z=$\sum_{j-1}^{n} c_i x_i$ (1) với các ràng buộc: $\sum_{j-1}^{n} a_{ij}x_j(\leq, =, \geq)b_j, i = 1...m$;$x_j \geq 0$,j = 1…n trong đó: z là hàm mục tiêu.

c: véc tơ hệ số hàm mục tiêu, c=(c_1, c_2,...c_n)

A: ma trận hệ số các điều kiện ràng buộc

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

b: véc tơ cột hệ số vế phải: b = $[b1\ b2...bn]^T$

Để giải bài toán quy hoạch tuyến tính dạng tổng quát (1), trước hết ta đưa bài toán về dạng chính tắc: $z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \rightarrow$ min với ràng buộc $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_j, i = 1..m; x_j \geq 0$, j=1..n

Theo [1], mỗi ràng buộc đẳng thức "=" có thể viết thành hai ràng buộc bất đẳng thức:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i \leftrightarrow \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \geq b_j & \text{(1a)} \\ -\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \geq -b_j & \text{(1b)} \end{cases}$$

Như vậy, mỗi ràng buộc ban đầu $a_{i1}x_1+..+a_{in}x_n= b_i$ được thay bởi hai ràng buộc: $a_{i1}x_1 + \ldots + a_{in}x_n \geq b_i$ và $(-a_{i1})x_1 + \ldots + (-a_in)x_n \geq -b_i$ làm cơ sở để giải toán sau này.

Có nhiều phương pháp giải tối ưu bài toán, ví dụ dùng đồ thị, lập bảng tính, dùng phương pháp đơn hình. Tuy nhiên, với cách tiếp cận khác, chúng tôi đã giải tối ưu bài toán nhờ vào khả năng tính toán rất mạnh của Mathematica. Để làm rõ điều này xin theo dõi một số ví dụ sau.

B. Tối ưu hóa cắt phôi dạng thanh

Ví dụ 1. Cho số liệu các loại thanh cần cắt, mỗi thanh sắt nguyên liệu (TSNL) ban đầu dài L=11,7 m, xác định phương án cắt tối ưu để số lượng TSNL phải sử dụng ít nhất, tính hệ số sử dụng vật liệu?

Loại	*Φ(mm)*	*l_i(m)*	*Số lượng*
	Φ18	*4,5*	*1800*
	Φ18	*3,5*	*2150*
	Φ18	*2,3*	*2750*

Thực hiện giải bài toán theo 3 bước sau:

Bước 1. Xác định hàm mục tiêu

Giả sử dùng: x_1 TSNL cắt ra 03 thanh 3,5m...x_6 TSNL cắt ra 2 thanh 4,5; 1x3,5; 1x2,3m. Bài toán được viết thành: $x_1+x_2+..+x_6 \rightarrow$ min

Bước 2

Xác định các ràng buộc theo 3 bước:

- Xác định số lượng các cách cắt.
- Xác định phương án tối ưu mỗi cách cắt.
- Tổng hợp kết quả các cách cắt tối ưu, xác định các điều kiện ràng buộc.

+ Số lượng cách cắt: Gọi l_i(i=1÷3) là chiều dài mỗi thanh cần cắt từ TSNL ban đầu. Theo [2], dùng gói lệnh giải tích tổ hợp (combinat), liệt kê các tập con (cách cắt): lệnh choose(l_1,l_2,l_3);

Chương trình liệt kê các tập con như sau:

> restart;with(combinat);

choose(l1,l2,l3);kết quả:

l_1,l_2,l_3,l_1,l_2,l_1,l_3,l_2,l_3,l_1,l_2,l_3

- Dùng cách cắt trực tiếp (có 3 cách)

1	$\frac{11.7}{4.5} = 2 + \Delta$(loại vì Δ_1 =2,7 >l_{min} = 2,3	2	$\frac{11.7}{3.5} = 3 + \Delta_2$
		3	$\frac{11.7}{2.3} = 5 + \Delta_3$

- Dùng cách cắt kết hợp (có 4 cách)

(x_1,...,x_6 là ký hiệu số lượng thanh được cắt từ TSNL ban đầu, mỗi thanh có chiều dài từ l_1,.., l_3 tùy vào cách cắt đã xác định).

1	$L \geq l_1x_1 + l_2x_2$	3	$L \geq l_2x_1 + l_3x_2$
2	$L \geq l_1x_1 + l_3x_2$	4	$L \geq l_1x_1 + l_2x_2 + l_3x_3$

+ Xác định phương án cắt tối ưu: phương án cắt tối ưu khi z= $l_1x_1+l_2x_2$...max hay (L–z) min. Ta thấy z phụ thuộc vào sự thay đổi x1,x2,x3...Việc xác định x_1,x_2,x_3...để z (max) được thực hiện bởi Mathematica.

Theo [3], trong Mathematica, lệnh thực hiện bài toán này là: Constrained Max [func,ineqs,vars].Ví dụ: xác định x_1, x_2 để $z = 3{,}5x_1 + 2{,}3x_2$ (max) với ràng buộc:

$3{,}5x_1 + 2{,}3x_2 \leq 11{,}7$; $x_1 \leq 2$; $x_2 \leq 5$ Chương trình Mathematica như sau:

Clear[x_1,x_2, ineqs, vars]

z[x_1, x_2]=3.5x_1+2.3x_2; vars=x_1,x_2; ineqs=3.5x_1+2.3x_2 $\leq$ 11.7, x_1 $\leq$2, x_2 $\leq$5;

t=ConstrainedMax[z[x_1,x_2],ineqs,vars]

Kết quả:11.7,x1→2., x2→2.04348

nghĩa là với x_1=2, x_2=2 thì z_{max} hay $(L\text{-}z)_{min}$

Các trường hợp khác, thực hiện tương tự.

-Tổng hợp các cách cắt:

x_1 TSNL cắt ra 03 thanh 3,5m

x_2 TSNL cắt ra 05 thanh 2,3m

x_3 TSNL cắt ra 1 thanh 4,5 và 1 thanh 2,3m

x4 TSNL cắt ra 2 thanh 4,5 và 1 thanh 2,3m

x_5 TSNL cắt ra 2 thanh 3,5 và 2 thanh 2,3m

x_6 TSNL cắt ra 2 thanh 4,5; 1x3,5; 1x2,3m.

$$\Rightarrow \text{các ràng buộc} \begin{cases} x_3 + 2x_4 + x_6 = 1800 \\ 3x_1 + 2x_3 + 2x_5 + x_6 = 2150 \\ 5x_2 + x_4 + 2x_5 + x_6 = 2750 \end{cases}$$

Thay các ràng buộc đẳng thức bằng 6 ràng buộc bất đẳng thức:

$$\begin{cases} x_3 + 2x_4 + x_6 \geq 1800; -x3 - 2x4 - x6 \geq -1800 \\ 3x_1 + 2x_3 + 2x_5 + x_6 \geq 2150; -3x_1 - 2x_3 - 2x_5 - x_6 \geq 2150 \\ 5x_2 + x_4 + 2x_5 + x_6 \geq 2750; -5x_2 - x_4 - 2x_5 - x_6 \geq 2750 \end{cases}$$

Bước 3. Giải bài toán tối ưu:

Theo [3], [4], [5], dùng lệnh LinearProgramming[c,A,b] (tìm vectơ x làm cực tiểu hàm z = c.x khi tuân theo các điều kiện ràng buộc A.x >b; x >0).

Chương trình Mathematica như sau:

c=1,1,1,1,1,1;

A=0,0,1,2,0,1,0,0,-1,-2,0,-1,

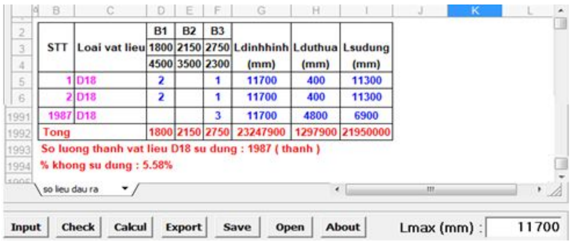
3,0,2,0,2, 1,-3,0,-2,0,-2,-1,

0,5,0,1,2,1,0,-5,0,-1,-2,-1;

b=1800,-1800,2150,-2150,2750,-2750.;

LinearProgramming[c,A,b]

Kết quả: 0, 0, 120, 840, 955, 0, Nghĩa là:



STT	Loai vat lieu	B1 1800 4500	B2 2150 3500	B3 2750 2300	Ldinhhinh (mm)	Lduthua (mm)	Lsudung (mm)
1	D18	2		1	11700	400	11300
2	D18	2		1	11700	400	11300
1987	D18			3	11700	4800	6900
Tong		1800	2150	2750	23247900	1297900	21950000

Hình 3: Ví dụ kết quả phương án cắt cùng loại sản phẩm trên EXCEL(trích)

Cần 120 TSNL cắt theo cách 3; 840 TSNL cắt theo cách 4; 955 TSNL cắt theo cách 5.

+ Hệ số sử dụng vật liệu:

Dùng công thức: $\eta = 100.\dfrac{\sum_{j=1}^{3}(l.n)_i}{\sum L}$ (2), ở đây:

l: chiều dài một sản phẩm của loại;

n: số sản phẩm của loại;

$\sum$L: tổng chiều dài(m).

Thay các số liệu vào (2) ta có:

$\sum_{j=1}^{3}(l.n)_i$=4,5x1800+3,5x2150+2,3x2750 =21950;$\sum$L=1915x11,7=22406m

$\Rightarrow \eta = 100.\dfrac{21950}{22460}$=97.96%

$\Rightarrow$ Số vật liệu không được sử dụng là 2,04%

Nhận xét

So sánh kết quả với một phương pháp tính khác có sử dụng phần mềm EXCEL (Hình 3), với cùng dữ liệu đầu vào có 5,58% phế liệu, sự chênh lệch về hệ số sử dụng vật liệu của hai phương pháp:

$\Delta_{\text{không sử dụng}}$=2,04(%) - 5,58(%)= -3,54(%)

Lý do có thể như sau:

- Trong kết quả đầy đủ cách cắt như (Hình 3) ta thấy: toàn bộ loại thanh 3,5m dùng cách cắt trực tiếp từ TSNL mà không cắt kết hợp, đây là nguyên nhân hệ số sử dụng vật liệu thấp. Điều này xảy ra do sự sai khác về kỹ thuật đặt điều kiện ràng buộc, ví dụ: tìm max: z =3,5x_1+2,3x_2 với: 3,5x_1 +2,3x_2 $\leq$ 11,7; x_1 $\leq$ 2; x_2 $\leq$ 5. Nếu cho biến chạy x_{1i} (i=1..3) thì với (i=3), ta có x_2= 0,52 (loại do chọn x_2 nguyên), như vậy phương pháp tính dùng để so sánh đã loại cách cắt kết hợp này. Ưu tiên cách cắt kết hợp, chúng tôi cho biến chạy x_{1i}(i=1…2), khi đó z_{max} hay (L–z_{max})min tại x_1=2, x_2=2 (lấy giá trị nguyên)

Ví dụ 2. Cho số liệu các loại thanh cần cắt, mỗi thanh sắt nguyên liệu (TSNL) ban đầu dài L=11,7m, xác định phương án cắt tối ưu để số lượng TSNL phải sử dụng ít nhất, tính hệ số sử dụng vật liệu?

Loại	*Φ*	*l_i(m)*	*Số lượng*
	Φ20	*5,26*	*1750*
	Φ20	*4.36*	*2150*
	Φ20	*3,82*	*2350*
	Φ20	*2,52*	*3050*

Thực hiện giải bài toán theo 3 bước sau:

Bước 1. Xác định hàm mục tiêu

Bài toán được viết thành: $x_1+x_2..+x_n \rightarrow$ min

Bước 2. Xác định ràng buộc theo 3 bước

+ Xác định cách cắt: thực hiện như ví dụ 1. Chương trình liệt kê các tập con như sau:

> restart;with(combinat);

choose(l_1,l_2,l_3,l_4);kết quả:

l_1,l_2,l_3,l_4,l_1,l_2,l_1,l_3,l_1,l_4,l_2,l_3,l_2,l_4,l_3,l_4, l_1,l_2,l_3,l_1,l_2,l_4,l_1,l_3,l_4,l_2,l_3,l_4,l_1,l_2,l_3,l_4

- Dùng cách cắt trực tiếp (có 4 cách):

1	$\frac{11.7}{5.26} = 2 + \Delta_1$	2	$\frac{11.7}{4.36} = 2 + (\Delta_2 = 2.98)$
3	$\frac{11.7}{3.82} = 3 + \Delta_3$	4	$\frac{11.7}{2.52} = 4 + \Delta_4$

- Dùng cách cắt kết hợp (có 11 cách):

1	L≥ l_1x_1+ l_2x_2	7	L≥ l_1x_1+ l_2x_2+ l_3x_3
2	L≥l_1x_1+l_3x_2	8	L≥l_1x_1+ l_2x_2+ l_4x_3
3	L≥ l_1x_1+l_4x_2	9	L≥ l_1x_1+ l_3x_2+ l_4x_3
4	L≥ l_2x_1+l_3x_2	10	L≥l_2x_1+ l_3x_2+ l_4x_3
5	L≥ l_2x_1+ l_4x_2	11	11,L≥ l_1x_1+ l_2x_2 +l_3x_3 +l_4x_4
6	L≥ l_3x_1+ l_4x_2		

(x_1,..,x_n được giải thích tương tự ví dụ 1).

+ Xác định phương án cắt tối ưu:

Dùng hỗ trợ của Mathematica, cách thực hiện như ví dụ 1.

+ Tổng hợp cách cắt như sau:

Cắt x_1 TSNL ra 02 thanh 5,26

Cắt x_2 TSNL ra 03 thanh 3,82

Cắt x_3 TSNL ra 04 thanh 2,52

Cắt x_4 TSNL ra 1 thanh 5,26 và 1 thanh 4,36

Cắt x_5 TSNL ra 1 thanh 5,26 và 1 thanh 3,82

Cắt x_6 TSNL ra 1 thanh 5,26 và 2 thanh 2,52

Cắt x_7 TSNL ra 1 thanh 4,36 và 1 thanh 3,82

Cắt x_8 TSNL ra 2 thanh 4,36; 1 thanh 2,52

Cắt x_9 TSNL ra 2 thanh 3,82; 1 thanh 2,52

Cắt x_{10} TSNL ra(1x5,26);(1x4,36); (0x3,82)

Cắt x_{11} TSNL ra(1x5,26);(1x4,36); (0x2,52)

Cắt x_{12} TSNL ra(1x5,26);(1x3,82); (1x2,52)

Cắt x_{13} TSNL ra(1x4,36);(1x3,82); (1x2,52)

Cắt x_{14} TSNL ra(1x5,36);(1x4,36); (0x3.82) (0x2.52) ⇒ các ràng buộc

$$\begin{cases} 2x_1 + x_4 + x_5 + x_6 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{14} = 1750 \\ x_4 + x_7 + 2x_8 + x_{10} + x_{11} + x_{13} + x_{14} = 2150 \\ 3x_2 + x_5 + x_7 + 2x_9 + x_{10} + x_{13} = 2350 \\ 4x_3 + 2x_6 + x_8 + x_9 + x_{12} + x_{13} = 3050 \end{cases}$$

Thay các ràng buộc đẳng thức bằng các ràng buộc bất đẳng thức:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_4 + x_5 + x_6 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{14} \geq 1750 \\ -2x_1 - x_4 - x_5 - x_6 - x_{10} - x_{11} - x_{12} - x_{14} \geq -1750 \\ x_4 + x_7 + 2x_8 + x_{10} + x_{11} + x_{13} + x_{14} \geq 2150 \\ -x_4 - x_7 - 2x_8 - x_{10} - x_{11} - x_{13} - x_{14} \geq -2150 \\ 3x_2 + x_5 + x_7 + 2x_9 + x_{10} + x_{13} \geq 2350 \\ -3x_2 - x_5 - x_7 - 2x_9 - x_{10} - x_{13} \geq -2350 \\ 4x_3 + 2x_6 + x_8 + x_9 + x_{12} + x_{13} = 3050 \\ -4x_3 - 2x_6 - x_8 - x_9 - x_{12} - x_{13} = -3050 \end{cases}$$

Bước 3. Theo [3], [4], dùng lệnh Linear Programming [c,A,b] của Mathematica, giải tối ưu bài toán.

Chương trình Mathematica như sau:

c=1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1;

A=2,0,0,1,1,1,0,0,0,1,1,1,0,1,

-2,0,0,-1,-1,-1, 0,0,0,-1,-1,-1,0,-1,

0,0,0,1,0,0, 1, 2,0,1,1,0, 1,1,

0,0,0,-1,0,0,-1,-2,0,-1,-1,0, -1,-1,

0,3,0,0,1,0, 1,0,2,0,0,1,1,0,

0,-3,0,0, -1,0,-1,0,-2,0,0,-1,-1,0,

0,0,4,0,0,2,0,1,1,0, 0,1,1,0,

0,0,-4,0,0,-2,0,-1,-1,0,0,-1,-1,0;

b =1750, -1750, 2150, -2150, 2350, -2350, 3050, -3050;

LinearProgramming[c,A,b]

Kết quả: {0, 200, 225/4, 0, 0, 0, 0,1075, 0, 0, 0, 1750, 0, 0} nghĩa là: cần 200 TSNL cắt theo cách 2; 57 TSNL cắt theo cách 3; 1075 TSNL cắt theo cách 8; 1750 thanh cắt theo cách 12, tổng số thanh =3082 thanh.

+ Hệ số sử dụng vật liệu:

Dùng công thức (2): $\eta = 100.\dfrac{\sum_{j=1}^{3}(l.n)_i}{\sum L}(\%)$

Thay số liệu vào (2) ta có:

$\sum_{j=1}^{3}(l.n)_i$ =5,26x1750+4,36x2150+2350x3,82 + 2,52x3050=35242m;

$\sum L$= 3082x11,7=36059,4m

$\Rightarrow \eta = 100.\dfrac{35242}{36059.4} \approx$ 97,74 % $\Rightarrow$ phế liệu: 2,26%

+ Nhận xét

- So sánh kết quả với một phương pháp tính khác, sử dụng phần mềm EXCEL (Hình 4), phế liệu là 6,66%, sự chênh lệch về hệ số sử dụng vật liệu của hai phương pháp:$\Delta_{\text{không sử dụng}}$=2,26(%) - 6,66(%)= -4,4(%) lý do như đã giải thích.

STT	Loai vat lieu	B1	B2	B3	B4	Ldinhhinh	Lduthua	Lsudung
		1750	2150	2350	3050			
		5260	4360	3820	2520	(mm)	(mm)	(mm)
1	D20	2				11700	1180	10520
3227	D20				4	11700	1620	10080
Tong		1750	2150	2350	3050	37755900	2513900	35242000

So luong thanh vat lieu D20 su dung : 3227 (thanh)

% khong su dung : 6.66%

Hình 4: Kết quả cắt so sánh trên EXCEL(trích)

- Khi cắt số lượng lớn thanh có chiều dài khác nhau từ một hoặc vài loại thanh sắt nguyên liệu, cách tiến hành tương tự.

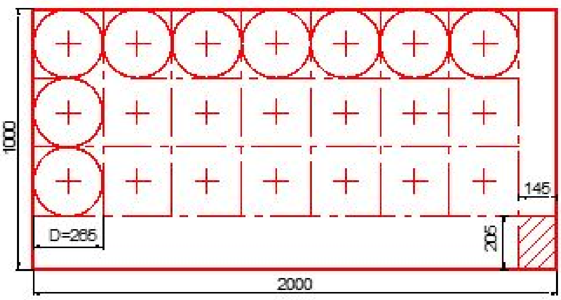
- Về mặt toán học, việc xác định cách cắt, giải tối ưu bài toán với các điều kiện ràng buộc rất nhanh, tuy nhiên ở cách cắt chứa biến x_i=0,ví dụ cách cắt 14(TSNL=1x5,36; 1x4,36; 0x3,82; 0x2,52) ta sẽ loại khi lập điều kiện ràng buộc vì nó trùng cách cắt 4.

- Theo phương pháp trên, có thể mở rộng phạm vi áp dụng cho việc tối ưu hóa sơ đồ xếp, cắt hình trên vật liệu tấm, ví dụ:

Ví dụ 3. Tối ưu hóa sơ đồ cắt chi tiết tròn, đường kính (D = 265mm), trên vật liệu tấm kích thước: (dàixrộng = 2000x1000 mm)

+ Phương án 1: sơ đồ cắt trực tiếp (Hình 5)

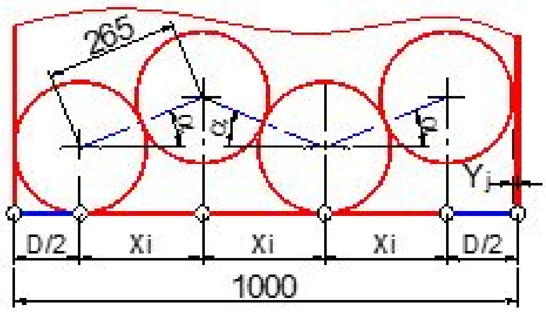
Theo đó, các chi tiết được xếp liên tục theo chiều dài, rộng của tấm – hiệu suất sử dụng vật liệu thấp – Loại bỏ phương án này.



Hình 5: Sơ đồ xếp hình trực tiếp

+ Phương án 2: xếp hình kết hợp.

- Lấy chiều rộng tấm làm cơ sở, xếp như (Hình 6).



Hình 6: Sơ đồ xếp hình kết hợp

Ở đây: D=265mm; x_i=265.cosα_i,(i=0..ϕ/2);

Y_j: lượng vật liệu thừa do cách xếp;

Y_j=1000 - D - j.x_i, (j=1..3) (*)

Cho biến α_i (i=0..ϕ/2), bước ϕ_i = 0,5^0;

biến j (j=1..3).

Chương trình tính x_i,Y_j theo công thức (*) như sau:

```
> restart;
for i from 0 by 0.5 to 90 do
x[i]:=evalf(265*cos(i*Pi/180));
od;for j from 1 to 3 do
Y[j]:=evalf(735-j*x(i));od;
```

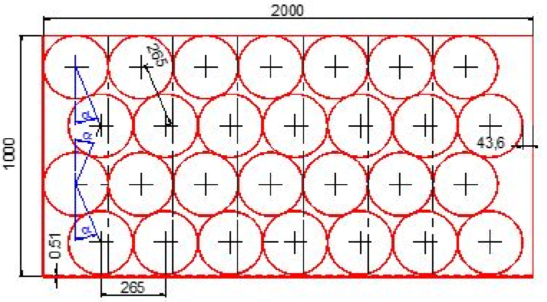
Kết quả: α =22^{0}30'; Y_3=0,5157

Kết hợp với chiều dài tấm, ta có sơ đồ xếp hình như (Hình 7).

- Lấy chiều dài tấm làm cơ sở, với cách làm tương tự, ta có lượng thừa H_j xác định bởi:

H_j =2000 - D - j.x_i , (j=7..13) (**)

Ở đây: D=265mm; x_i=265.cosα_i,(i=0.. ϕ/2);

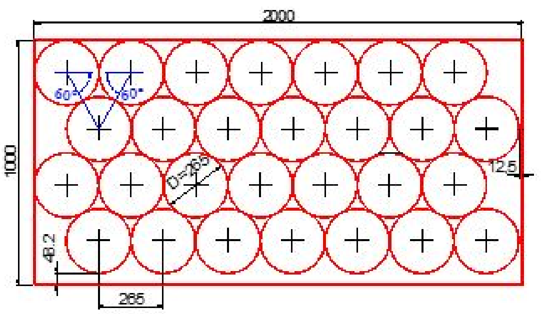


Hình 7: Xếp hình lấy chiều rộng làm chuẩn

Chương trình tính x_i, H_j theo (**) như sau:

> restart;
for i from 0 by 0.5 to 90 do
x[i]:=evalf(265*cos(i*Pi/180));
od;for j from 7 to 13 do
H[j]:=evalf(1735-j*x(i));od;

Kết quả: α=60^0,H_{13}=12,5. Kết hợp với chiều rộng tấm, ta có sơ đồ xếp hình như (Hình 8).



Hình 8: Xếp hình lấy chiều dài làm chuẩn

+ Nhận xét

- Việc thiết lập sơ đồ tính như (Hình 6) cho phép chuyển bài toán xếp hình trực tiếp (một biến) thành bài toán xếp hình kết hợp (hai biến) từ đó xây dựng được và giải bài toán để cực tiểu hóa lượng vật liệu thừa. Đây là phần quyết định của phương pháp.
- Trong công thức (*), do $\alpha_i \leq 1$ nên với (j=1..2) phương trình(*) vô nghiệm, với j=3 từ Y_3= 0 tính được α 3=$22^0$24'9" nghĩa là không có lượng vật liệu thừa, tuy nhiên khi lập trình do biến α_i dùng bước α_i = $0{,}5^0$ nên có lượng thừa Y_3=0,5157 tại α3=$22^0$30'
- Nếu không kể tới yêu cầu công nghệ khi dập cắt thì việc xếp hình khi lấy chiều rộng, chiều dài làm chuẩn cho cùng số sản phẩm :7x4=28. Tuy nhiên không phải trường hợp nào cũng cho kết quả tương tự.
- Một số tài liệu kỹ thuật dập nguội giải bài toán này cho kết quả tối đa là 24 sản phẩm (<28 sản phẩm). Điều này cho thấy ưu điểm và phạm vi ứng dụng của phương pháp.

III. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày phương pháp tối ưu cắt vật liệu dạng thanh. Để thực hiện điều đó, bài báo đã nêu phương pháp thiết lập mối quan hệ giữa số lượng các sản phẩm cắt được với số lượng TSNL, phương pháp xây dựng các hàm số thể hiện các điều kiện ràng buộc.

Phương pháp được thực hiện theo ba bước:
- Xác định số lượng các cách cắt.
- Xác định phương án tối ưu trong mỗi cách cắt (khi thực hiện dùng lệnh: Constrained Max[func,ineqs,vars] của Mathematica.
- Tổng hợp kết quả các cách cắt tối ưu từ đó xác định các điều kiện ràng buộc.

Việc sử dụng Mathematica giải tối ưu bài toán trên cơ sở các điều kiện ràng buộc vừa thiết lập là một hướng tiếp cận tiên tiến, cho phép nhanh chóng xác định được phương án tối ưu cắt vật liệu mà phương pháp cắt vật liệu truyền thống phải mất nhiều thời gian và rất khó thực hiện. Phương pháp có phạm vi ứng dụng rộng trong công nghiệp, dân dụng, thuận lợi trong sử dụng.

Chương trình tính được thực hiện trên Mathematica 4.2, Maple 13.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Bùi Minh Trí. *Bài tập tối ưu hóa*. Nhà xuất bản Khoa học Kỹ thuật; 2008.

[2] Nguyễn Hữu Điền. *Hướng dẫn và sử dụng Maple V*. Nhà xuất bản Thống kê; 1999.

[3] Tôn Tích Ái. *Phần mềm toán cho kỹ sư*. Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội; 2005.

[4] Doãn Tam Hòe. *Phần mềm Mathematica 2.21*. Nhà xuất bản Nông nghiệp; 2000.

[5] Doãn Tam Hòe. *Toán học tính toán*. Nhà xuất bản Giáo dục; 2008.